

グラフ上における一般化倉庫番判定問題に関する研究

著者	鈴木 海斗
雑誌名	東北大学電通談話会記録
巻	90
号	1
ページ	270-271
発行年	2021-08-20
URL	http://hdl.handle.net/10097/00132914

修士学位論文要約（令和3年3月）

グラフ上における一般化倉庫番判定問題に関する研究

鈴木 海斗

指導教員: 周 暁

A Generalization of the Sokoban Decision Problem on Graphs

Kaito SUZUKI

Supervisor: Xiao ZHOU

In this thesis, we give a generalization of the Sokoban problem as follows. Give a undirected graph $G = (V, E)$, a colorset $C \subset \mathbb{N}$, a coloring function $col : E \rightarrow C$, a player's initial configuration $p_0 \in V$, a block's initial configuration set $B_0 \subseteq V \setminus \{p_0\}$, and the block's stored configuration set $B_r \subset V$ are given as inputs. For any configurations (p, B) , the player can move from p to $p' \in N(p) \setminus B$, or push a block which is located on $b \in B \cap N(p)$ to $b' \in N(b) \setminus (\{p\} \cup B)$ if $col(pb) = col(bb')$ where $pb, bb' \in E$. Then, we have to decide whether or not the player can change the block's configuration set from B_0 to B_r . In this thesis, we give linear algorithms to solve the problem if the input graph is restricted to tree or unicycle.

1. はじめに

格子状の盤の上においてプレイヤーを操作して全てのブロックを押し動かして指定されたマスへと格納することを目的とした倉庫番と呼ばれるゲームに関し、解への到達可能性の判定問題の計算困難性が古くから研究されてきた¹⁾²⁾³⁾。本論文においては、この倉庫番について更なる解析を行う上で盤面の性質などを明文化するためにこのゲームをグラフ上において展開可能な一般化倉庫番へと拡張し、それに対する解到達可能性の判定問題を一般化倉庫番判定問題と定義して計算複雑性の解析を行った。

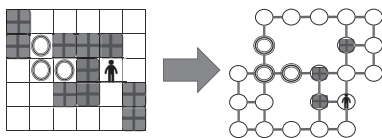


図 1. グラフ上における一般化倉庫番への拡張

2. 問題の定義

頂点からなる集合 V と V に含まれる 2 つの頂点の非順序対である辺からなる集合 E が与えられたとき、これらの集合の順序対 (V, E) を無向グラフと呼ぶ。またある 2 頂点 $u, v \in V$ に対し $uv \in E$ であったとき、 u と v は隣接しているという。ここで任意の頂点 $v \in V$ に対し、 v に隣接する任意の頂点からなる集合を v の近傍と呼び $N(v)$ と表記し、また $|N(v)|$

を v の次数と呼び $deg(v)$ と表記する。

一般化倉庫番判定問題では、無向グラフ $G = (V, E)$ 、色集合 $C \subset \mathbb{N}$ 、グラフの各辺に対する色付けを表現する関数 $col : E \rightarrow C$ 、プレイヤーの初期配置 $p_0 \in V$ 、ブロックの初期配置集合 $B_0 \subseteq V \setminus \{p_0\}$ 、ブロックの格納配置集合 $B_r \subset V$ からなるインスタンス $I = (G, C, col, p_0, B_0, B_r)$ が入力として与えられる。また、プレイヤー、ブロックそれぞれの任意の配置 (p, B) に対して配置を遷移させる際の規則を次のように与える。

MOVE 規則

プレイヤーの配置 $p \in V$ と隣接するブロックの配置ではない頂点 $p' \in N(p) \setminus B$ が存在したとき、 $B' = B$ として新たな配置 p', B' へ遷移することができる。

PUSH 規則

プレイヤーの配置 $p \in V$ と隣接するブロックの配置 $b \in N(p) \cap B$ が存在し、かつ b に隣接するプレイヤー及びブロックの配置ではない頂点 $b' \in N(b) \setminus (B \cup \{p\})$ が存在したとき、 $col(pb) = col(bb')$ を満たすならば、 $p' = b, B' = (B \setminus \{b\}) \cup \{b'\}$ として新たな配置 p', B' へ遷移することができる。

一般化倉庫番判定問題は、与えられたプレイヤー、ブロックそれぞれの初期配置 (p_0, B_0) から MOVE 規則、PUSH 規則に従って配置を遷移をさせていくものとしブロックの配置が B_r となるような配置へ

と到達する遷移系列が生成可能であるかどうかを判定する問題であると定義される。ここで、最終的なプレイヤーの配置はどこでもよいものとする。また $|B_0| \neq |B_r|$ であったとき判定結果が NO となることは自明であるため、一般性を失わずに $|B_0| = |B_r|$ とすることができる。

倉庫番の解到達可能性の判定問題に対する従来研究の結果¹⁾²⁾³⁾より、一般化倉庫番判定問題に対して入力されたグラフの構造がグリッド、あるいはグリッドの誘導部分グラフに制限されていた場合に **PSPACE** 完全であるという結果が導出される。またその他の従来研究の結果⁴⁾との組み合わせにより、一般化倉庫番判定問題に対して入力されたグラフのバンド幅が定数に制限されていた場合においても **PSPACE** 完全であるという結果も導出される。

3. インスタンスの縮約

入力インスタンス上において、削除したとしても判定結果に影響を及ぼさないような次数1の頂点が存在し、これを不要頂点(図2(a))と呼ぶことにする。また存在した時点で判定結果が NO であると自明にわかるような次数1の頂点が存在し、これを手詰まり頂点(図2(b))と呼ぶことにする。



図 2. (a) 不要頂点 (b) 手詰まり頂点

この不要頂点を入力インスタンスから削除し、また手詰まり頂点をあらかじめ検出し判定を返すようなグラフの縮約操作を定義すると、入力インスタンスは縮約済みであるものとしても一般性を失わずに考えられる。

4. 本論文の結果

入力されたグラフの構造が制限されていた場合の計算容易性に関する次のような定理を与えた。

定理 1 入力インスタンスのグラフの構造が木に制限されていたとき、一般化倉庫番判定問題の出力は線形時間で求められる。

略証. $\deg(b_r) = 1$ であり, $p_0 b_r$ パス上にブロックの初期配置が b_0 ただ一つであるようなあるブロックの初期配置, 格納配置の組 (b_0, b_r) を選択し, ブロックを b_0 から b_r へ押し動かすように遷移させていくことが可能であれば配置をそのように遷移させ, 遷移後の配置を新たな入力インスタンスとして再帰的に実行する. $B_0 = B_r$ となったとき YES を返し, 条件を満たす組 (b_0, b_r) が存在しなくなるか, あるいはブロックを b_0 から b_r へ押し動かすように遷移不可能であったとき NO を返す. \square

定理 2 入力インスタンスのグラフの構造がユニサイクルに制限されていたとき、一般化倉庫番判定問題の出力は線形時間で求められる。

略証. 基本的にはグラフが木であった場合と同様の操作を再帰的に実行するが, ある時点で条件を満たす組 (b_0, b_r) が存在しなくなった場合においても YES と判定されるべきインスタンスが存在するため, 例外的な処理が必要となる. \square

5. まとめ

本論文では、倉庫番をグラフ上において展開されるゲームとして拡張した一般化倉庫番を新たに定義し、その解到達可能性の判定問題に対しグラフ構造に着目して計算容易性の解析を行った。今後の課題としては、計算複雑性が未だ判明していないカクタスや外平面といったグラフ構造に入力を制限した場合の解析を行うことなどが挙げられる。

文献

- 1) J.C. Culberson, Sokoban is PSPACE-complete, Technical Report TR 97-02, The University of Alberta, 1997.
- 2) J.C. Culberson, Sokoban is PSPACE-complete, Proceedings of International Conference on Fun with Algorithms(FUN 1998), pp. 65–76, 1998.
- 3) E.D. Demaine, R.A. Hearn, PSPACE-Completeness of sliding block puzzles and other problems through the nondeterministic constraint logic model of computation, Theoretical Computer Science, vol. 343, pp. 72–96, 2005.
- 4) T.C. van der Zanden, Parameterized Complexity of Graph Constraint Logic, Proceedings of 10th International Symposium on Parameterized and Exact Computation (IPEC 2015), pp. 282–293, 2015.